

**វិញ្ញាសាត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែគណិតវិទ្យាថ្នាក់ទី១២**

**រយៈពេល ១៤០នាទី**

១. គណនាតំលៃលេខនៃកន្សោម:  $P = \cos^2 1^0 + \cos^2 2^0 + \dots + \cos^2 89^0$  ។

២. គេឲ្យ  $\sin x + \sin y = \frac{\sqrt{7}}{2}$  ។ ចូរកតំលៃធំបំផុតនៃ  $100(\cos x + \cos y)$  ។

៣. ចូរកគ្រប់គូនៃចំនួនពិត  $(x, y)$  ដែលបំពេញលក្ខខណ្ឌ:

$$(x + y) + (x - y) + xy + \frac{x}{y} = 2005, \quad x \geq y > 0$$

៤. បើ  $a, b, c, d, e$  ជាប្រាំចំនួនពិតដែល:  $a + b + c + d + e = 0$  និង

$$abc + bcd + cde + dea + eab = 2012$$
 ។ ចូរកំណត់តំលៃនៃកន្សោម:

$$S = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + e^3$$

៥. រកមុំដែលបង្កើតដោយទ្រនិចម៉ោងនិងទ្រនិចនាទីនៅម៉ោង  $4h35mn$  ។

៦. រកចំនួនគត់តូចបំផុត  $n$  ដែល  $1, 2, 3, 4, 5$  នៅពេលដែលចែករៀងគ្នានឹង  $2, 3, 4, 5, 6$  ។

៧. កន្លះរង្វង់អង្កត់ផ្ចិត  $AB$  មានផ្ចិត  $O$  ។ គេដៅចំនុច  $C$  និង  $D$  នៅលើកន្លះរង្វង់នោះ:

ដែល  $C \neq B$  ហើយ  $C$  នៅក្នុង  $BD$  ។  $E$  ជាចំនុចប្រសព្វរវាងបន្ទាត់  $AC$  និង  $BD$ ,  $F$  ជា

ចំនុចប្រសព្វរវាង  $AC$  និង  $OD$  ហើយ  $G$  ជាចំនុចប្រសព្វរវាង  $BD$  និង  $OC$  ។

គណនារង្វាស់មុំ  $\widehat{AEB}$  បើគេដឹងថា  $OFEG$  ចារឹកក្នុងរង្វង់។

**សំរាយ**

១. គណនាតំលៃនៃ  $P$ :

គឺមាន: 
$$P = \cos^2 1^0 + \cos^2 2^0 + \dots + \cos^2 89^0$$

$$P = \cos^2 1^0 + \cos^2 2^0 + \dots + \cos^2 45^0 + \sin^2 44^0 + \dots + \sin^2 1^0$$

$$P = 44 + \frac{1}{2} = \frac{89}{2} \quad \checkmark$$

២. រកតំលៃធំបំផុតនៃ  $100(\cos x + \cos y)$ :

យើងមាន: 
$$\sin x + \sin y = \frac{\sqrt{7}}{2} \Rightarrow \frac{7}{4} = \sin^2 x + \sin^2 y + 2 \sin x \sin y$$

តាំង  $P = \cos x + \cos y \Rightarrow P^2 = \cos^2 x + \cos^2 y + 2 \cos x \cos y$

នាំឲ្យ 
$$\frac{7}{4} + P^2 = 2 + 2(\sin x \sin y + \cos x \cos y)$$

$$= 2 + 2 \cos(x - y) \leq 4$$

$$\Rightarrow P^2 \leq \frac{9}{4} \Rightarrow \max P = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \max 100P = \frac{3}{2} \cdot 100 = 150$$

ដូចនេះ តំលៃធំបំផុតនៃ  $100(\cos x + \cos y) = 150$

៣. រកគូ  $(x; y) \in \mathbb{N}$

យើងមាន: 
$$x \geq y > 0; (x + y) + (x - y) + xy + \frac{x}{y} = 2005$$

រៀបរៀងដោយ: កែវ វិវុឌ្ឍ

$$\text{រឺ } 2x + xy + \frac{x}{y} = 2005 \Leftrightarrow \frac{x}{y}(2y + y^2 + 1) = 2005$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{y}(y+1)^2 = 2005 = 5 \cdot 201 = 2005 \cdot 1$$

+ បើ 2005 បំបែកជា 5.201  $\Rightarrow$  សមភាពមិនអាចមានឡើយព្រោះ 5 & 201 មិនមាន

ចំនួនណាមួយជាការប្រាកដនៃចំនួនគត់ទេ

+ នោះគេបាន  $2005 = 2005 \cdot 1$

ហើយ  $(y+1)^2 = 1 \Rightarrow y+1 = \pm 1$  រឺ  $y = 0; y = -2$

តែ  $y > 0$  នោះតំលៃរបស់  $y$  ខាងលើមិនផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ

ដូចនេះ គ្មានគូ  $(x, y)$  ដែលផ្ទៀងផ្ទាត់ទេ។

៤. កំណត់តំលៃ  $S = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + e^3$

យើងមាន: 
$$\begin{cases} a+b+c+d+e=0 \\ abc+bcd+cde+dea+eab=2012 \end{cases}$$

តាមឯកលក្ខណៈភាពយើងបាន:

$$\begin{aligned} 0 &= (a+b+c+d+e)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + d^3 + e^3 + 3a^2(b+c+d+e) + \\ &+ 3b^2(a+c+d+e) + 3c^2(a+b+d+e) + 3d^2(a+b+c+e) + 3e^2(a+b+c+d) + \\ &+ 6(abc+bcd+cde+dea+eab) \end{aligned}$$

$$\text{រឺ } 0 = S = 3a^2(-a) + 3b^2(-b) + 3c^2(-c) + 3d^2(-d) + 3e^2(-e) + 6 \cdot 2012$$

$$\text{រឺ } S - 3S = -6 \cdot 2012 \Rightarrow S = 3 \cdot 2012 = 6036 \text{ ។}$$

## រៀបរៀងដោយ: កែវ វិវឌ្ឍន៍

---

៥. រកម៉ុននៅម៉ោង 4:35mn

យើងដឹងថា 1 ជំនាទ្វិកាមាន 12 ប្រឡោះធំត្រូវនឹង  $360^0$

$$\Rightarrow 1 \text{ ប្រឡោះធំ} = \frac{360^0}{12} = 30^0 \text{ ។}$$

សង្កេត: ម៉ោង 4:30mn ទ្រនិចម៉ោងនិងទ្រនិចនាទីបង្កើតបានមុំ  $30^0 + \frac{1}{2} \cdot 30^0 = 45^0$

នៅម៉ោង 4:35mn  $\Rightarrow$  ទ្រនិចនាទីដើរបាន 1 ប្រឡោះធំ =  $30^0$  ហើយទ្រនិចម៉ោង

ក៏ដើរបានពីទីតាំងចាស់បានមុំ  $\alpha = \frac{5}{60} = 30^0 = 2.5^0$

ដូចនេះ មុំដែលបង្កើតដោយទ្រនិចម៉ោងនិងទ្រនិចនាទីនៅម៉ោង 4:35mn គឺ

$$\beta = (45^0 + 30^0) - 2.5^0 = 2.5^0 \text{ ។}$$

៦. រកចំនួនគត់តូចបំផុត  $n$ :

យើងមាន:  $n \equiv 1 \pmod{2}$

$$n \equiv 2 \pmod{3}$$

$$n \equiv 3 \pmod{4}$$

$$n \equiv 4 \pmod{5}$$

$$n \equiv 5 \pmod{6}$$

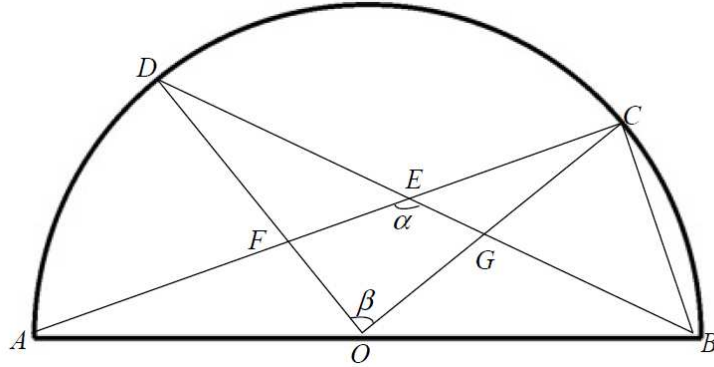
យើងសន្និដ្ឋានបានថា:  $n+1 = PPCM \{2;3;4;5;6\} = 60$

រឺ  $n+1 = 60 \Rightarrow 59$

ដូចនេះ:  $n = 59$  ។

រៀបរៀងដោយ: កែវ វិវឌ្ឍន៍

៧. រក  $\widehat{AEB}$ :



តាង  $\alpha = \widehat{AEB}$ ;  $\beta = \widehat{DOC}$

បំរាប់  $OFEG$  ចារឹកក្នុងរង្វង់គេបាន:  $\alpha + \beta = 180^0$  (1)

ម្យ៉ាងទៀត:  $\widehat{AEB} = \alpha = \widehat{ACB} + \widehat{DBC}$  (មុំក្រៅត្រីកោណ)

តែ  $\widehat{ACB} = 90^0$  (មុំចារឹកកន្លះរង្វង់)

$$\widehat{DBC} = \frac{\widehat{DC}}{2} = \frac{\widehat{DOC}}{2} = \frac{\beta}{2} \text{ ព្រោះ: } \widehat{DOC} = \widehat{DC} \text{ (មុំផ្ចិត)}$$

$$\Rightarrow \alpha = 90^0 + \frac{\beta}{2} \text{ (2)}$$

តាម (1) & (2)  $\Rightarrow \widehat{AEB} = \alpha = 120^0$

