វិញ្ញាសាត្រៀមប្រឡងសិស្សពូកែថ្នាក់ទី៩ (រយៈពេល ១៥០នាទី)

១. ចូរកំណត់ចំនួនគត់ x ដែល $700<x<800$ ដោយដឹងថាផលបូកគ្រប់ខ្ទង់នៃ x ស្មើនឹង 17 ហើយបើគេប្តូរខ្ទង់រយទៅខាងស្តាំ(ប្តូរខ្ទង់រយនឹងខ្ទង់ដប់)នៃចំនួននោះគេបានចំនួនថ្មីមួយដែលតិចជាងចំនួនដើម 450 ។

២. a). គេឲ្យ $a=2x+5;\ b=4x+3;\ c=10x+4$ ។ ចូររកចំនួនគត់ x ដើម្បីឲ្យ a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងនៃត្រីកោណកែងមួយ ។

b). គេឲ្យ a,b,c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីរបស់ត្រីកោណមួយដែលមានបរិមាត្រ $2p$ ។ ស្រាយបញ្ជាក់ថា $(p-a)^2+(p-b)^2+(p-c)^2+p^2=a^2+b^2+c^2$ ។

៣. a). បើ $10^{2y}=25$, ចូររកតំលៃវិជ្ជមាននៃ 10^{-y}

b). ចូររកតំលៃនៃ 6^{2x-3} បើគេដឹងថា $6^{x+2}=200\sqrt{6}$ ។

៤. គេឲ្យបីចំនួន a,b,c ផ្ទៀងផ្ទាត់លក្ខខណ្ឌៈ $abc=2012$ ។

ចូរគណនាតំលៃនៃកន្សោមៈ $P=\dfrac{2012a}{ab+2012a+2012}+\dfrac{b}{bc+b+2012}+\dfrac{c}{ac+c+1}-1$ ។

៥. គេឲ្យសមីការៈ $x^2-4x-(m^2+3m)=0$ ។

a). ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការមានរឹសពីរ x_1,x_2 ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ m ។

b). កំណត់ m ដើម្បីឲ្យៈ $x_1^2+x_2^2=4(x_1+x_2)$

c). ចូរបង្កើតសមីការដឺក្រេទីពីរដែលមានអញ្ញាត្តិ y និងមានរឹសពីរ $y_1,\ y_2$ ផ្ទៀងផ្ទាត់ៈ

$$(y_1+y_2)=(x_1+x_2) \text{ និង } \frac{y_1}{1-y_2}+\frac{y_2}{1-y_1}=3$$ ។

៦. គេឲ្យត្រីកោណ ABC មាន $BC<BA$ ។ តាម C គេសង់បន្ទាត់កែងនឹងកន្លះបន្ទាត់ពុះ

BE របស់មុំ $\widehat{ABC}$, បន្ទាត់នេះកាត់ BE ត្រង់ F និងកាត់មេដ្យាន BD ត្រង់ G ។

ស្រាយបញ្ជាក់ថា អង្កត់ EG ត្រូវបានចែកជាពីរផ្នែកស្មើគ្នាដោយអង្កត់ DF ។

ចំលើយ

១. កំណត់ចំនួនគត់ x

យើងមាន $700 < x < 800$, ទាញបាន x ជាចំនួនមានលេខបីខ្ទង់

ដោយតាង $x = \overline{abc}$ យើងបាន $a = 7,\ 0 \le b \le 9,\ 1 \le c \le 9$

តាមបំរាប់យើងបាន:

$$a + b + c = 17 \quad (1)$$

និង $$\overline{abc} - \overline{bac} = 450 \quad (2)$$

តាម $(2) \Rightarrow 100(a-b) + 10(b-a) = 450$

ឬ $90(a-b) = 450 \Rightarrow a - b = 5$

ដោយ $a = 7 \Rightarrow b = 2$, ជំនួសចូលក្នុងសមីការ $(1) \Rightarrow c = 8$

ដូចនេះ ចំនួនគត់ $x = 728$ ។

២. a). រកចំនួនគត់ x:

ដើម្បីឲ្យ a, b, c ជារង្វាស់ជ្រុងទាំងបីនៃត្រីកោណកែងមួយលុះត្រាតែ:

$b^2 + c^2 = a^2$ (យក a ជាអ៊ីប៉ូតេនុស)

យើងបាន: $(4x+3)^2 + (10x+4)^2 = (2x+5)^2$

ពន្លាតរួចសំរួលទៅយើងបាន: $112x^2 + 84x = 0$

ទាញបាន $x(112x+84)=0 \Rightarrow x=0,\ x=-\frac{84}{112}<0$ (ចោល)

ចំពោះ $x=0 \Rightarrow a=5,\ b,=3,\ c=4$ ផ្ទៀងផ្ទាត់

សិក្សាដូចគ្នាដែរចំពោះករណី $b,\ c$ ជាអ៊ីប៉ូតេនុសគឺមិនមានតំលៃ x ទេ។

ដូចនេះ $x=0$ ។

b). ស្រាយបញ្ជាក់ថា: $(p-a)^2+(p-b)^2+(p-c)^2+p^2=a^2+b^2+c^2$

យើងមានបរិមាត្ររបស់ត្រីកោណនេះស្មើនឹង $2p=a+b+c$ ។

ពន្លាតកន្សោមដែលត្រូវស្រាយបញ្ជាក់, យើងបាន:

អង្គខាងឆ្វេង $= p^2-2ap+a^2+p^2-2bp+b^2+p^2-2cp+c^2+p^2$

$=4p^2-2p(a+b+c)+a^2+b^2+c^2$

$=4p^2-2p(2p)+a^2+b^2+c^2=a^2+b^2+c^2$ ពិត

ដូចនេះ បញ្ហាត្រូវបានស្រាយបញ្ជាក់។

៣. a). រកតំលៃវិជ្ជមាននៃ 10^{-y}

យើងមាន $10^{2y}=\left(10^y\right)^2$ និង $25=5^2$

តាមបំរាប់យើងបាន: $\left(10^y\right)^2=(5)^2 \Rightarrow 10^y=5$ (បំពាក់រឹសការេលើអង្គទាំងពីរ)

នាំឲ្យ $10^{-y}=\frac{1}{10^y}=\frac{1}{5}$

ដូចនេះ $10^{-y}=\frac{1}{5}=0,2$

b). គណនាតំលៃនៃ 6^{2x-3}

យើងមានៈ $6^{x+2}=200\sqrt{6} \Rightarrow 6^{x}.6^{2}=200\sqrt{6}$

$$\Rightarrow \quad 6^{x}=\frac{200\sqrt{6}}{36} \Rightarrow 6^{2x}=6^{x}.6^{x}=\frac{200\sqrt{6}}{36}.\frac{200\sqrt{6}}{36}$$

ទាញបាន $6^{2x-3}=\frac{6^{2x}}{6^{3}}=\frac{200^{2}.6}{36^{2}.6^{3}}=\frac{200^{2}}{36^{4}}$

ដូចនេះ $6^{2x-3}=\frac{40000}{36^{4}}$ ។

៤. គណនាតំលៃនៃកន្សោម P:

យើងមាន $abc=2012$, យើងបានកន្សោម P អាចសរសេរ:

$$P=\frac{2012a}{ab+2012a+2012}+\frac{b}{bc+b+2012}+\frac{c}{ac+c+1}-1$$

$$P=\frac{abc}{ab+abc.a+abc}+\frac{b}{bc+b+abc}+\frac{c}{ac+c+1}-1$$

$$P=\frac{ac}{1+ac+c}+\frac{1}{1+ac+c}+\frac{c}{1+ac+c}-1=1-1=0$$

ដូចនេះ $P=0$

៥. a). ស្រាយបញ្ជាក់ថាសមីការមានរឹសពីរជានិច្ចចំពោះគ្រប់ m:

យើងមានសមីការ $x^{2}-4x-\left(m^{2}+3m\right)=0$

ពិនិត្យមើល $\Delta'=4+m^{2}+3m=\left(m+\frac{3}{2}\right)^{2}+\frac{7}{4}>0$ ជានិច្ចចំពោះគ្រប់ m

ដូចនេះ សមីការដែលឲ្យមានរឹសពីរជានិច្ចចំពោះគ្រប់តំលៃ m

b). កំណត់តំលៃ m:

យើងមានៈ $x_1^{2}+x_2^{2}=4\left(x_1+x_2\right) \Leftrightarrow \left(x_1+x_2\right)^{2}-2x_1x_2=4\left(x_1+x_2\right)$

តាមទ្រឹស្តីបទវ្យែត: $x_1+x_2=4,\ x_1x_2=-\left(m^2+3m\right)$

យើងបាន $16+2\left(m^2+3\right)=16 \Leftrightarrow m^2+3m=0 \Leftrightarrow m=0$ រឺ $m=-3$

ដូចនេះ យើងបាន $m=0, m=3$

c). យើងមាន: $y_1+y_2=x_1+x_2$

បំលែង: $\frac{y_1}{1-y_2}+\frac{y_2}{1-y_1}=3$

$\Leftrightarrow \quad y_1(1-y_1)-y_2(1-y_2)=3(1-y_1)(1-y_2)$

$\Leftrightarrow \quad (y_1+y_2)-\left(y_1^2+y_2^2\right)=3\left[1-(y_1+y_2)+y_1y_2\right]$

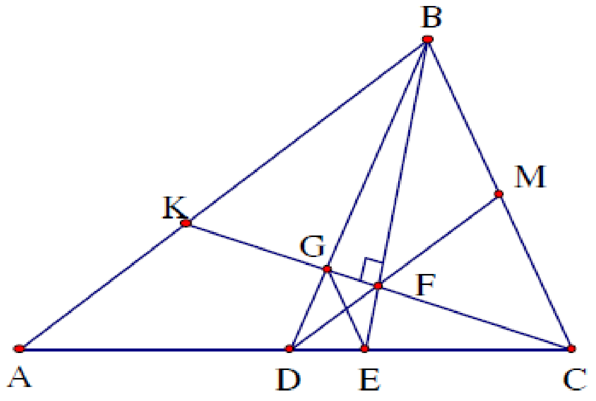
ទាញបាន $y_1.y_2=-3$ និង $y_1+y_2=4$

ដូចនេះៈ y_1 និង y_2 ជារឹសរបស់សមីការ $y^2-4y-3=0$ ។

៦. តាង K ជាចំនុចប្រសព្វរបស់ CF នឹង $AB; M$ ជាចំនុចប្រសព្វរបស់ DF នឹង BC ។

ត្រីកោណ KBC មាន BF ជាបន្ទាត់ពុះផងនិងជាកំពស់ផងនោះត្រីកោណ KBC ជាត្រីកោណសមបាតត្រង់ B នាំឲ្យ $BK=BC$ ហើយ $FC=FK$ ។

ម្យ៉ាងទៀត D ជាចំនុចកណ្តាលរបស់ AC នោះ DF ជាបាតមធ្យមរបស់ ΔAKC



នាំឲ្យ: $DF \parallel AK$ រឺ $DM \parallel AB$

ទាញបាន: M ជាចំនុចកណ្តាលរបស់ BC

$DF = \frac{1}{2}AK$ (DF ជាបាតមធ្យមរបស់ត្រីកោណ AKC),

យើងបាន: $\frac{BG}{GD} = \frac{BK}{DF}$ (ព្រោះ $DF \parallel BK$) $\Rightarrow \frac{BG}{GD} = \frac{BK}{DF} = \frac{2BK}{AK}$ (1)

ម្យ៉ាងទៀត: $\frac{CE}{DE} = \frac{DC - DE}{DE} = \frac{DC}{DE} - 1 = \frac{AD}{DE} - 1$ (ព្រោះ $AD = CD$)

$$\Rightarrow \frac{CE}{DE} = \frac{AE - DE}{DE} = \frac{AE}{DE} - 1 = \frac{AD}{DE} - 1$$

រឺ $\frac{CE}{DE} = \frac{AE - DE}{DE} - 1 = \frac{AE}{DE} - 2 = \frac{AB}{DF} - 2$ (ដោយ $\frac{AE}{DE} = \frac{AB}{DF}$ ព្រោះ $DE \parallel AB$)

ទាញបាន: $\frac{CE}{DE} = \frac{AK + BK}{DE} - 2 = \frac{2(AK + BK)}{AK} - 2$ (ព្រោះ $DF = \frac{1}{2}AK$)

នាំឲ្យ $\frac{CE}{DE} = \frac{2(AK + BK)}{AK} - 2 = \frac{2BK}{AK}$ (2)

ពី $(1) \& (2)$ យើងទាញបាន: $\frac{BG}{GD} = \frac{CE}{DE} \Rightarrow EG \parallel BC$

តាង O ជាចំនុចប្រសព្វរបស់ EG នឹង DF យើងបាន:

$$\frac{OG}{MC} = \frac{OE}{MB}\left(= \frac{FO}{FM}\right) \Rightarrow OG = OE \text{ ។}$$